

Nullserie zur Prüfungsvorbereitung

Die folgenden Hilfsmittel und Bedingungen sind an der Prüfung zu beachten.

Erlaubte Hilfsmittel
Beliebiger Taschenrechner (Der Einsatz von Lösungs- und Hilfsprogrammen ist verboten)
Lösungsformel für quadratische Gleichungen (siehe Folgeseite)

Bedingungen	
Prüfungsdauer	120 Minuten
Punktzahlen	TOTAL: 40 Punkte, Note 6: 31 Punkte, lineare Notenskala.
Schreibmittel	Schreiben Sie bitte mit Kugelschreiber oder ähnlichem. Bleistift ist nicht erlaubt.
Korrektheit der Lösungen	Eine Aufgabe gilt nur als vollständig korrekt gelöst, wenn der Lösungsweg nachvollziehbar geschildert ist. Um die volle Punktzahl zu erhalten, müssen Sie ihre Lösungen vollständig und formal richtig anschreiben.
Anschrift der Blätter	Alle Blätter sind mit Ihrem Namen zu versehen.
Lösung der Aufgaben	Jede Aufgabe ist auf ein eigenes Blatt zu lösen. Bei allen Textaufgaben ist ein Antwortsatz zu formulieren.
Notizpapier	Die farbigen A4-Blätter sind als Notizblätter gedacht. Sie werden eingezogen, aber nicht korrigiert.

Lösungsformel für quadratische Gleichungen

Die quadratische Gleichung ...

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

... hat die Lösungen ...

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme:

$$\text{A) } \left| \begin{array}{l} \frac{2}{3}m - \frac{3}{4}n = \frac{5}{6}n - 1 \\ 2m + n = 33 - n \end{array} \right|$$

$$\text{B) } \left| \begin{array}{l} 7xy = y^2 \\ 2x - 4y = 6 \end{array} \right|$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsvariable x der folgenden Gleichungen:

$$\text{A) } \sqrt{x} = 24 - x$$

$$\text{B) } \frac{1}{2}x^2 + 2ax - 16a^2 = 0$$

$$\text{C) } 2^{4x} + 2^{4x+5} = 2112$$

$$\text{D) } \log_b(27) - \log_b(9) + \log_b(3) = \log_b(x)$$

$$\text{E) } \log_x(81) = 4$$

Aufgabe 3

Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich:

$$\text{A) } \frac{t^2 + t - 6}{t^2 + 3t} \cdot \frac{t}{\frac{1}{t}} =$$

$$\text{B) } \frac{\sqrt{18s}}{s \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{8s^3}}{\sqrt{12s}} =$$

Aufgabe 4

In einem fiktiven Land war in den letzten 3 Jahren eine Inflation (Teuerung) von 7.9 %, 11.2 % und 8.9 % zu verzeichnen. Gleichzeitig wurden die Löhne jährlich um 8.7 % gesteigert.

- A) Welche Gesamtteuerung (in %) ergab sich für dieses Land in den 3 Jahren?
- B) Welchen Kaufkraftverlust (in %) mussten die Einwohner dieses Landes in diesen drei Jahren gesamthaft hinnehmen?

Aufgabe 5

Von 3 Zahlen ist die Zweite so gross wie das Doppelte der Summe der anderen beiden Zahlen. Weiter ist das 10-Fache der dritten Zahl gleich gross wie das 3-Fache der ersten Zahl. Schliesslich beträgt die Summe der 3 Zahlen 39. Wie lauten die drei Zahlen?

Aufgabe 6

Zwei Geraden schneiden sich in einem Punkt S. Die erste Gerade kann durch die Funktionsgleichung

$$G_1 : 0.7x - 3 = \frac{2y + 5}{10}$$

beschrieben werden. Die zweite Gerade G_2 weist einen y-Achsenabschnitt von 15 und eine Steigung von -3 auf.

- A) Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden G_2 ?
- B) Wie lauten die Koordinaten des Schnittpunktes S?

Aufgabe 7

Bei der Herstellung einer Ware entstehen Kosten, welche sich durch folgende Formel ermitteln lassen:

$$K = -0.0025m^2 + 37.5m + 45\,000 \quad m : \text{Produktionsmenge in Stück, } 0 \leq m \leq 4\,000$$

K : Produktionskosten in Franken

Da der Hersteller dieser Ware als Monopolist auf dem Markt agiert, kann er den Verkaufspreis der Ware seinen Vorstellungen entsprechend einrichten, ohne auf die Konkurrenz achten zu müssen.

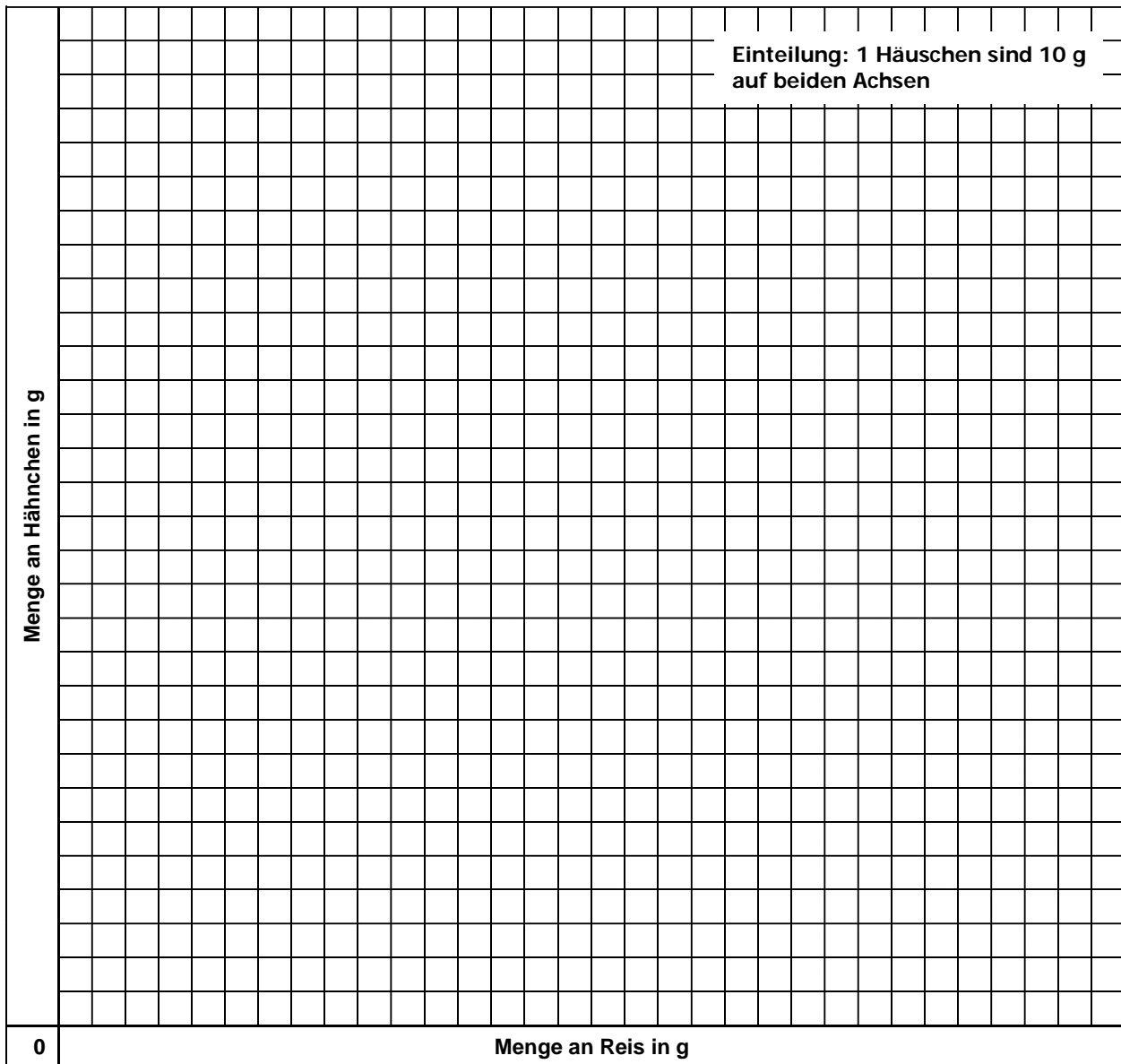
- A) Ab welcher Stückzahl erzielt der Hersteller Gewinn, falls er die Ware zu 48.- Fr. pro Stück anbietet?
- B) Ab welcher Stückzahl wird bei demselben Stückverkaufspreis eine Rentabilität von 20 % erreicht? (Die Rentabilität gibt den prozentualen Anteil des Gewinnes am eingesetzten Kapital, also den Produktionskosten an.)

Aufgabe 8

Aus Reis und Hähnchen sollen Notrationen mit einem möglichst hohen Wärmewert bereitgestellt werden. Eine solche Notration soll ein Gewicht von insgesamt nicht mehr als 320 g (ohne Verpackung) aufweisen und aus mindestens 60 g Hähnchen und 80 g Reis bestehen. Zudem darf ein Kostenmass von 2.80 Fr. pro Ration nicht überschritten werden.

	Hähnchen	Reis
Wärmewert in kJ pro 100 g	503	1 546
Kosten in Fr. pro kg	11.80	1.70

- A) Zeigen Sie grafisch diejenigen Zusammenstellungen von Notrationen auf, welche allen geforderten Bedingungen genügen.
- B) Ermitteln Sie mit grafischen Mitteln die Notration mit maximalem Wärmewert.



Lösungen

Aufgabe 1A

$$\frac{2}{3}m - \frac{3}{4}n = \frac{5}{6}n - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 8m - 9n = 10n - 12 \quad \Leftrightarrow \quad 8m - 19n = -12$$

$$2m + n = 33 - n \quad \Leftrightarrow \quad 2m + 2n = 33 \quad \Leftrightarrow \quad 8m + 8n = 132$$

$$27n = 144$$

Lösung: $m = 11.667$ und $n = 5.333$

Aufgabe 1B

$$2 \cdot x - 4 \cdot y = 6 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2y + 3$$

$$7 \cdot x \cdot y = y^2 \quad \Leftrightarrow \quad 7 \cdot (2y + 3) \cdot y = y^2 \quad \Leftrightarrow \quad 14y^2 + 21y = y^2$$

$$13y^2 + 21y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y \cdot (13y + 21) = 0$$

Lösungen: $y_1 = 0$ und $x_1 = 3$ oder $y_2 = -1.615$ und $x_2 = -0.231$

Aufgabe 2A

$$\sqrt{x} = 24 - x \quad \Leftrightarrow \quad x = (24 - x)^2 \quad \Leftrightarrow \quad x = 576 - 48x + x^2$$

$$x^2 - 49x + 576 = 0 \quad a = 1; b = -49; c = 576$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-49) \pm \sqrt{(-49)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 576}}{2 \cdot 1} = \frac{49 \pm \sqrt{97}}{2}$$

Lösung: $x = 19.576$ (zweite Lösung ist Scheinlösung)

Aufgabe 2B

$$\frac{1}{2}x^2 + 2ax - 16a^2 = 0 \quad a = 0.5; b = 2a; c = -16a^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2a \pm \sqrt{(2a)^2 - 4 \cdot 0.5 \cdot (-16a^2)}}{2 \cdot 0.5}$$

$$= -2a \pm \sqrt{4a^2 + 32a^2} = -2a \pm 6a$$

Lösungen: $x_1 = 4a$ und $x_2 = -8a$

Aufgabe 2C

$$2^{4x} + 2^{4x+5} = 2112 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{4x} \cdot (1 + 2^5) = 2112 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{4x} = 64 = 2^6$$

Lösung: $x = 1.5$

Aufgabe 2D

$$\log_b(27) - \log_b(9) + \log_b(3) = \log(x) \quad \Leftrightarrow \quad \log_b\left(\frac{27}{9} \cdot 3\right) = \log_b(9) = \log_b(x)$$

Lösung: $x = 9$

Aufgabe 2E

$$\log_x(81) = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 = 81$$

Lösung: $x = 3$

Aufgabe 3A

$$\frac{t^2 + t - 6}{t^2 + 3t} \cdot \frac{t}{\frac{1}{t}} = \frac{(t+3) \cdot (t-2)}{t \cdot (t+3)} \cdot t^2 = \frac{1}{t} \cdot t^2 = t$$

Lösung: t

Aufgabe 3B

$$\frac{\sqrt{18s}}{s \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{8s^3}}{\sqrt{12s}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot s \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot s^3}}{s \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot s}} = \frac{12 \cdot s^2}{6 \cdot s \cdot \sqrt{s}} = 2\sqrt{s}$$

Lösung: $2\sqrt{s}$

Aufgabe 4A

$$\left(1 + \frac{7.9}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11.2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{8.9}{100}\right) = 1.30663 = \left(1 + \frac{p_3}{100}\right)$$

Lösung: 30.663 %

Aufgabe 4B

$$\left(1 + \frac{8.7}{100}\right)^3 = 1.28437 = \left(1 + \frac{p_3}{100}\right) \quad p_3 = 28.437 \%$$

$$\frac{1.28437}{1.30663} \cdot 100 - 100 = -1.7043$$

Lösung: 1.7043 %

Aufgabe 5

Die drei Zahlen x, y, z seien gesucht

I $y = 2 \cdot (x + z)$

A $y = 2x + 2z$

II $10z = 3x$

B $z = 0.3x$

III $x + y + z = 39$

B in A eingebracht

$$y = 2x + 2 \cdot 0.3x = 2.6x$$

Aus III wird dann

$$x + 2.6x + 0.3x = 39$$

$$3.9x = 39 \Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow z = 3 \text{ und } y = 26$$

Lösung: $x = 10, y = 26, z = 3$

Aufgabe 6A

Lösung: $y_2 = -3x + 15$

Aufgabe 6B

Geradengeichung 1

$$0.7x - 3 = \frac{2y + 5}{10} \quad \Leftrightarrow \quad 7x - 30 = 2y + 5 \quad \Leftrightarrow \quad 7x - 35 = 2y$$

$$y_1 = 3.5x - 17.5$$

$$-3x + 15 = 3.5x - 17.5 \quad \Leftrightarrow \quad 32.5 = 6.5x \quad \Leftrightarrow \quad x = 5$$

Lösung: Koordinaten von S sind (5 / 0)

Aufgabe 7A

Gewinn = Erlös – Kosten

$$G = 48m - (-0.0025m^2 + 37.5m + 45\,000) = 48m + 0.0025m^2 - 37.5m - 45\,000$$

$$G = 0.0025m^2 + 10.5m - 45\,000 = 0 \quad a = 0.0025; b = 10.5; c = -45\,000$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{(10.5)^2 - 4 \cdot 0.0025 \cdot (-45\,000)}}{2 \cdot 0.0025} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{560.25}}{0.005}$$

$$x_1 = 2\,633.92 \text{ und } x_2 < 0$$

Lösung: Gewinn wird ab 2 634 Stück erzielt.

Aufgabe 7B

$$\text{Rentabilität} = \frac{\text{Gewinn}}{\text{Kosten}} \cdot 100$$

$$R = \frac{0.0025m^2 + 10.5m - 45\,000}{-0.0025m^2 + 37.5m + 45\,000} \cdot 100 = 20$$

$$(0.0025m^2 + 10.5m - 45\,000) \cdot 100 = 20 \cdot (-0.0025m^2 + 37.5m + 45\,000)$$

$$0.25m^2 + 1\,050m - 4\,500\,000 = -0.05m^2 + 750m + 900\,000$$

$$0.3m^2 + 300m - 5\,400\,000 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-300 \pm \sqrt{(300)^2 - 4 \cdot 0.3 \cdot (-5\,400\,000)}}{2 \cdot 0.3} = \frac{-300 \pm \sqrt{6\,570\,000}}{0.6}$$

Lösungen: $m_1 = 3\,772$ und $m_2 < 0$ ($-4\,772$)

Aufgabe 8

