




# FACHBEREICHsverbindende THEMEN DER FÜNF LERNMATERIALIEN


**Kontur**

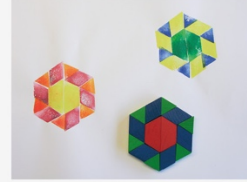

**Flächen unterteilen**



**Raum & Perspektive**





**Muster**

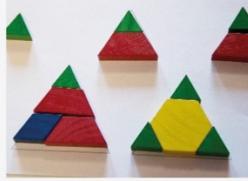




*Fachbereichsverbindende Themen*  
**Bildnerisches Gestalten  
& Mathematik**



**Linien**


**Teil-Ganzes**


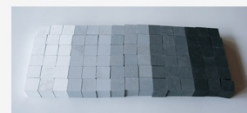
**Symmetrie**

**Geometrische Formen**



**Ordnen**

## Legende

*Fachbereichsverbindende Perspektive auf das Thema*

*Bildnerische Perspektive auf das Thema*

*Mathematische Perspektive auf das Thema*

## VERHÄLTNIS VOM GANZEN UND DEN TEILEN

Beim Verhältnis vom Ganzen und seinen Teilen wird etwas, was als Einheit, als etwas Ganzes betrachtet werden kann in seinen Teilen in den Blick genommen. Die Teile gehören auf diese Weise zusammen, als dass sie im Gesamten die Einheit (das Ganze) bilden. Dieses Ganze kann andere, neue Eigenschaften als die Einzelteile aufweisen und selbst wiederum Teile eines grösseren Ganzen sein.

Bildnerische Objekte erlangen ihre Wirkung u. a. durch die formale Komposition, durch den Bildaufbau. Hierbei sind die einzelnen Bildelemente in ihrer Singularität aber auch in ihrem Zusammenwirken mit anderen Elementen bedeutsam. Formale Teile werden zu einer Gesamtheit zusammengefügt. Durch die Komposition können künstlerische Intentionen unterstrichen sowie inhaltliche und formale Aussagen verdeutlicht werden.

Teile-Ganze-Beziehungen sind in der Mathematik ein bedeutendes Thema. Einzelne Teile können im Zusammenhang mit anderen Teilen ein grösseres Ganzes bilden und so auch neue Eigenschaften aufweisen. Dies wird beispielsweise beim Legen von Mustern und Bildern mit den Pattern Blocks deutlich. Aber auch für die Arithmetik und ganz besonders für das Rechnenlernen sind Teile-Ganze-Relationen wichtig, denn auch Zahlen lassen sich teilen oder zusammensetzen (vgl. Schäfer 2012). Das Wissen darüber, dass und wie man Zahlen mit Hilfe von anderen Zahlen zusammensetzen und zerlegen kann, bezeichnet man als (arithmetisches) Teile-Ganze-Konzept. Das flexible Umgehen mit (An-)Zahlen – etwas hinzufügen, wegnehmen oder Mengen vergleichen – sind wichtige Tätigkeiten, die die Grundlage für ein umfassendes Verständnis von Zahlen sowie der Rechenoperationen bilden.

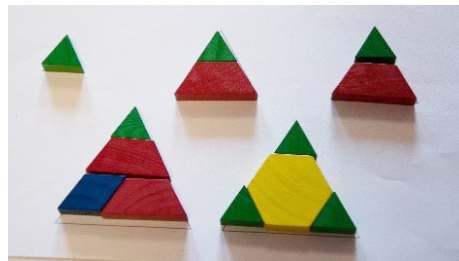


Abb. 1-2 Materialien: Steine, Pattern Blocks

## ORDNEN

Ordnung schaffen bedeutet eine (An-)Sammlung von Objekten nach bestimmten Eigenschaften zu strukturieren. Ausgewählte Eigenschaften der Objekte werden zu Strukturierungs-, bzw. Ordnungskriterien. Eine wesentliche Grundlage für das Ordnen nach bestimmten Eigenschaften von Objekten ist demnach, dass diese differenziert wahrgenommen werden können.

Das Anordnen und Ordnen formaler Elemente kann bei der Bildgestaltung als künstlerische Strategie eingesetzt werden, um Bildinhalte und Bildwirkungen zu verdeutlichen. Das Ordnen von Punkten, Linien, Flächen, Farben usw. zu Gruppen oder Verläufen kann auch dann wirksam sein, wenn ein Ordnungsprinzip nicht exakt eingehalten wird. Gestaltungsgesetze, wie z.B. das Gesetz der Nähe oder das Gesetz der Ähnlichkeit, die aus der Gestaltpsychologie begründet werden, unterstützen das Bilden und Erkennen von Ordnungen.

Aus mathematikdidaktischer Sicht lassen sich zwei Aspekte des Ordners unterscheiden. Werden Gegenstände mit gleichen Merkmalen in einer Gruppe zusammengefasst, so findet eine Klassifikation statt. Klassifizieren in Bezug auf Mengen und Zahlen steht in Zusammenhang mit dem Kardinalzahlaspekt (wie viele?). Mengen mit der gleichen Anzahl von Elementen bilden so gesehen eine "Klasse". Bei der Seriation werden Objekte in eine sinnvolle Reihenfolge gebracht, bspw. von dunkel zu hell oder von klein nach gross. Hier lässt sich eine Verbindung zum Ordinalzahlaspekt (der wievielte?) herstellen: die Zahlen lassen sich auch durch Seriation "ordnen".

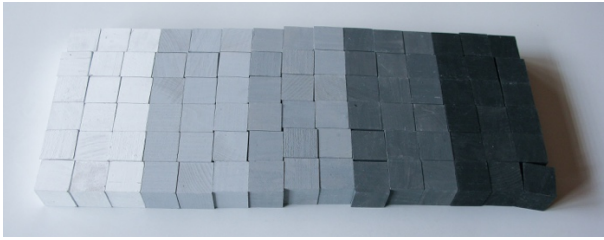


Abb. 3-4 Materialien: Steine, Würfel

## LINIEN

Eine Linie ist ein Strich, der eine Fläche abgrenzt oder auch eine Spur auf einer Fläche darstellen kann. Linien können gerade oder gekrümmt sein.

Die Linie stellt ein wichtiges gestalterisches Grundelement dar, das in Länge, Form, Breite, Prägnanz, Farbe und Textur variieren kann. Die Linie kann der Darstellung von Gegenständen dienen, selbst zum zentralen Bildinhalt werden, die Illusion von Räumlichkeit erzeugen oder formale Wirkungen unterstützen. Wird sie in sich geschlossen, so umschreibt sie eine Fläche und kann als Kontur zur Grenze einer Figur werden. Linien können als Spur eines Malmittels real im Bild vorhanden sein oder sie können imaginär vorkommen, z.B. indem Flächen aufeinandertreffen oder die Anordnung von Bildelementen als Linie wahrgenommen wird.

Aus mathematischer Sicht können zwei Arten von Linien unterschieden werden: Gerade Linien (Strecken, Halbgeraden und Geraden) und gebogene Linien (Kreislinien, Kurven usw.). Hat eine Gerade zwei Begrenzungspunkte, wird sie Strecke genannt. Hat sie nur einen Begrenzungspunkt, so spricht man von einer Halbgeraden, ohne Begrenzungspunkte von einer Geraden. In der Ebene lassen sich durch Linien – bzw. in diesem Fall durch Strecken – die Seiten einer ebenen Figur beschreiben, im Raum (Dreidimensionalität) beschreiben Linien u.a. die Kanten von Körpern.



Abb. 5-6 Materialien: Spiesse, Seile

## FLÄCHEN UNTERTEILEN UND STRUKTURIEREN

Wenn eine Fläche strukturiert wird, wird ein flach oder eben ausgedehnter Bereich unterteilt.

Die Fläche hat für die Bildgestaltung eine zweifache Bedeutung. So kann bei zweidimensionalen Werken einerseits die Bildfläche selbst gemeint sein, die durch gestalterische Eingriffe bearbeitet wird. Andererseits kann eine Fläche als gestalterisches Grundelement Teil eines gegenständlichen oder ungegenständlichen Bildsujets sein. Flächen können durch die Verwendung von Farben und Formelementen unterteilt oder strukturiert werden. Dadurch können formal-ästhetische Wirkungen erzeugt, inhaltliche Bedeutungen unterstrichen oder plastisch-räumliche Eindrücke bewirkt werden.

Die Unterteilung bzw. Strukturierung einer Fläche mit geraden Linien (Strecken) ermöglicht das "Begrreifen" mathematisch bedeutsamer Begriffe und der dahinterstehenden Konzepte (wie bspw. senkrecht, parallel, Gerade, Halbgerade, Strecke etc). Es können (neue) geometrische Formen entstehen, auch solche, die sich von prototypischen Darstellungen von Figuren unterscheiden. Z.B. entsteht durch das Verbinden der Seitenmittelpunkte eines Quadrats ein "neues" Quadrat, das auf der Spitze steht. Die Fläche kann auch als Ganzes begriffen werden, das durch eine Strukturierung in (unterschiedliche) Teile gegliedert wird. Damit kann die Idee des Teile-Ganze-Konzepts verstanden und geübt werden.



Abb. 7 Material: Spiesse

## KONTUR

Eine Kontur bezeichnet den Umriss eines Objektes, das sich vom Hintergrund abhebt. Sie ist mit einer Linie resp. mit der Flächenbegrenzung darstellbar. Die Umrisslinie kennzeichnet damit auch eine (Innen-)Fläche.

Die Kontur ist in der Bildgestaltung eine Darstellungsmöglichkeit, deren Grundelement die Linie ist. Mit der Nutzung der Kontur oder des Umrisses werden reduzierte, prägnante Darstellungsformen angestrebt. Die Kontur wird zum Zeichnen und zur Information, indem eine Fläche umschlossen wird. Sie eignet sich, um die Expressivität von Bildern zu unterstreichen.

Der Begriff der Kontur existiert in der Mathematik nicht. Er kann aber mathematisch wie folgt gedeutet werden: Erstens als Umfang einer ebenen Figur, das heisst als Länge der Begrenzungslinien. Eine solche Begrenzungslinie beschreibt darüber hinaus die Fläche und die Gestalt der ebenen Figur. Zweitens lässt sich der Begriff der Kontur auch in Beziehung setzen mit der Abbildung eines dreidimensionalen Körpers in die Ebene: Bei einer senkrechten Parallel-Projektion z.B. eines Würfels, bei dem die Strahlen senkrecht auf die Seitenflächen projiziert werden, liefert die Kontur das Bild eines Quadrates.

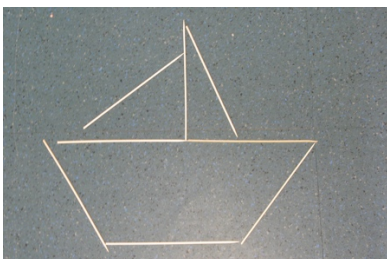


Abb. 8-9 Materialien: Spiesse, Seile

## RAUM UND PERSPEKTIVE

---

Ein Raum ist eine begrenzte Ausdehnung von Höhe, Länge und Breite. Die Positionierung im Raum geht einher mit der Perspektive, das heisst einer Betrachtungsmöglichkeit eines Objekts oder des Raumes von einem bestimmten Standort aus.

Raum und Perspektive können bei der Bildgestaltung unterschiedliche Bedeutungen haben. Haben die bildnerischen Objekte selbst eine plastisch-skulpturale Existenz, so sind räumliche Situationen und Raumbeziehungen Teil ihrer Machart, ihrer Komposition und ihrer Wirkung.

Bei flächigen Bildern hingegen wird Räumlichkeit oder Plastizität mit farblichen, linearen und topografischen Mitteln durch Illusion erzeugt. Überschneidungen, Grössenverhältnisse, Bedeutungs-, Parallel-, Zentral-, Farb- und Luftperspektiven sind Möglichkeiten, die dafür genutzt werden können. Ausgehend von der Differenz zwischen räumlichen Objekten und deren flächigen Abbildungen kann das eigene Sehen thematisiert und der Frage "Was ist ein Bild?" nachgegangen werden. Die Umsetzung von Perspektiven im Bild hängt mit dem physischen Erleben und dem eigenen Verständnis der Raumsituation, also mit der Raumwahrnehmung und der Raumvorstellung, zusammen.

Die Orientierung im Raum sowie die Vorstellung von Raum, Form und spezifisch von geometrischen Körpern bildet die Grundlage für die Unterscheidung geometrischer Objekte in ihrer ebenen und/oder räumlichen Erscheinung. Dies führt zur Frage, wie Dreidimensionalität zweidimensional abgebildet werden kann. Dabei gibt es mehrere Möglichkeiten, z.B. mit senkrechten oder schrägen Projektionsstrahlen. Mit Hilfe der senkrechten Parallelprojektion kann ein geometrisches Objekt aus drei Perspektiven (Grundriss, Seitenriss, Aufriss) eindeutig beschrieben werden.



Abb. 10 Material: Würfel

## GEOMETRISCHE FORMEN

---

Im umgangssprachlichen Ausdruck "Geometrische Formen" sind sowohl geometrische Figuren als auch geometrische Körper miteinbezogen. Geometrische Figuren bezeichnen ebene Flächen wie Kreis, Dreieck oder Rechteck. Geometrische Körper sind dreidimensionale Objekte wie Kugel, Würfel, Quader oder Zylinder.

Geometrische Figuren und Körper sind wesentliche Formenelemente beim Zeichnen und Schreiben (lateinisches Alphabet). In der Zeichnungsentwicklung orientieren sich die intrinsisch erlernten, ersten geschlossenen Formen – die Urformen – stark an den geometrischen Figuren. Aus diesen Formen entsteht in additiver Manier das zeichnerische Ausdrucksrepertoire.

Geometrische Formen können bei der Bildgestaltung als formale Elemente für sich selbst und in ihrer Beziehung zueinander, also als Teil einer Komposition, wichtig sein, indem sie Bildinhalte verdeutlichen oder Bildwirkungen unterstreichen. Bildnerische Auseinandersetzungen mit geometrischen Körpern können sowohl das Vorhandensein einer Fläche als Teil eines Körpers (Quadrat-Würfel; Dreieck-Pyramide) wie auch die Differenz zwischen Sehen und Wissen bewusstmachen.

Die geometrische Begriffsentwicklung, die mit Aspekten des räumlichen Denkens zu den geometrischen Grunderfahrungen zählen, beinhaltet das Erkennen und Benennen von geometrischen Objekten und deren Eigenschaften. Objekte werden zunächst als "visuelle Gestalten" wahrgenommen. Erst nach und nach werden die besonderen Eigenschaften der Objekte erkannt und Klassifizierungen vorgenommen. An Stellvertretern – die ideale geometrische Figur ist eine gedankliche Vorstellung, keine "reale", materielle Gegebenheit [evtl. Link zu > math. Idee & Modell] – von Figuren oder Körpern werden Kenntnisse darüber gewonnen, was eine bestimmte geometrische Figur oder ein geometrischer Körper ausmacht, welche Eigenschaften sie aufweisen, wie sie sich eindeutig abgrenzen lassen von anderen Figuren/Körpern und wie die Figuren/Körper miteinander in Beziehung stehen.



Abb. 11 Material: Pattern Blocks

## MUSTER

Ein Muster setzt sich aus sich regelmässig wiederholenden, einzelnen Teilen oder Sequenzen zusammen. Es lässt sich eine gesetzmässige Beziehung zwischen den Teilen ausmachen.

Muster stellen in der Kunst, insbesondere in der Architektur und im Textildesign, ein formales Gestaltungsmittel dar, bei dem durch die systematische und wiederholte Anordnung gleicher Form- und/oder Farbelemente lineare oder flächige Strukturen mit meist dekorativem Charakter entstehen. Die kleinste wiederkehrende Einheit wird als Rapport bezeichnet. Bildnerische Muster verzichten oft auf figürliche Darstellungen und beziehen ihre Wirkung aus dem Zusammenspiel von Formen und Farben.

Im Hinblick auf die Bildproduktion sind sie interessant, weil Verfahrenstechniken kennengelernt und angewandt werden, bei denen repetitive Arbeitsprinzipien (stempeln, drucken und collagieren) zum Tragen kommen.

Die Mathematik wird häufig beschrieben als eine Wissenschaft, die selbst geschaffene abstrakte Strukturen auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht. Insofern beschreibt der Begriff Muster das Wesen der Mathematik per se: Mathematisch tätig sein bedeutet Strukturen, Regelmässigkeiten, Gesetzmässigkeiten und Beziehungen zwischen mathematischen Objekten zu erkennen, zu beschreiben, zu verstehen etc. – sich also mit (mathematischen) Mustern auseinanderzusetzen.

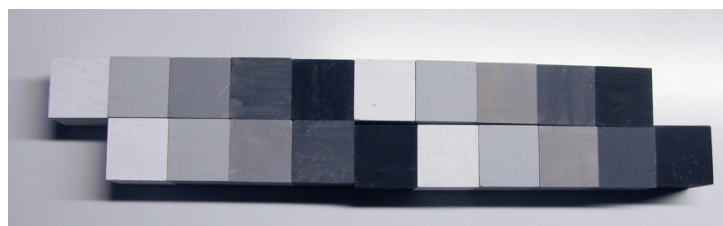


Abb. 12-13 Materialien: Pattern Blocks, Würfel

## SYMMETRIE

---

Das geometrische Prinzip der Symmetrie zeigt sich in der wechselseitigen Entsprechung von Teilen. Symmetrie ist ein universales Prinzip; es ist ein Phänomen, das in der belebten und unbelebten Welt immer wieder auftritt, dessen Wahrnehmung aus gestalttheoretischer Sicht (Wahrnehmungspsychologie) wesenseigen ist und als harmonisch interpretiert wird.

In der Kunst wird die Symmetrie als klassisches kompositorisches Mittel besonders in der Architektur, aber auch in der Malerei eingesetzt. Dabei geht es nicht immer um völlige Exaktheit bis ins Detail, sondern um ein grobes Ordnungsprinzip beim Bildaufbau. Die Symmetrie unterstützt Wirkungen, die auf Ausgewogenheit, Ruhe oder Harmonie zielen. Inszenierte Symmetrie kann aber auch eine befremdliche, unnatürliche oder monotone Wirkung erzielen. Brechungen der Symmetrie unterstreichen Wirkungen, die auf Spannung und Dynamik zielen.

In der Kinderzeichnung finden sich eine Vielzahl symmetrischer Darstellungsweisen, insbesondere in der Darstellung von Menschen, Häusern, Blumen usw. Die symmetrische Darstellung unterstützt das Bedürfnis des Kindes, inhaltlich klar und eindeutig lesbar zu kommunizieren.

Aus Sicht der Mathematik stellt die Symmetrie eine fundamentale Idee dar. Im Umgang mit dem Material können verschiedene Formen der Symmetrie gebildet und erkundet werden. Darunter die Achsen-, Dreh- und Punktsymmetrie.



Abb. 14-15 Materialien: Pattern Blocks, Würfel

### Literaturverzeichnis

Schäfer, J. (2012): „Die gehören doch zur Fünf!“ Teil-Ganzes-Verständnis und seine Bedeutung für die Entwicklung mathematischen Verständnisses. In: Sprenger, J., Wagner, A., Zimmermann, M. (Hrsg.): *Mathematik lernen – darstellen – deuten – verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule*. Springer, Wiesbaden, 79-97.

### Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-15: Projekt KuMa, PH FHNW