



DEPARTEMENT BILDUNG, KULTUR UND SPORT DES KANTONS AARGAU
BILDUNGS-, KULTUR- UND SPORTDIREKTION DES KANTONS BASEL-LANDSCHAFT
ERZIEHUNGSDEPARTEMENT DES KANTONS BASEL-STADT
DEPARTEMENT FÜR BILDUNG UND KULTUR DES KANTONS SOLOTHURN

Dezember 2011,
im Auftrag des Regierungsaus-
schusses des Bildungsraums
Nordwestschweiz

Handreichung Mathematik

Erarbeitet von der Pädagogischen
Hochschule der Fachhochschule
Nordwestschweiz PH FHNW:

Christine Streit

Handreichung¹ zur Entwicklung eines Kompetenzrasters für die Mathematik für den Bildungsraum Nordwestschweiz

Im Rahmen des Projektes "Leistungsstandards und Kompetenzraster" des Bildungsraums Nordwestschweiz wurde in Anlehnung an das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik ein vereinfachtes Kompetenzraster entwickelt, welches die Umsetzung der Bildungsstandards in die Praxis unterstützen soll. Für die Entwicklung des Kompetenzrasters bilden die bereits bestehenden Arbeiten zum Kompetenzmodell HarmoS Mathematik und die daraus abgeleiteten "Grundkompetenzen für die Mathematik" eine wichtige Grundlage, wie in den Abschnitten 1 und 2 dargelegt wird. Im Anschluss, in Abschnitt 3, folgt eine kurze Beschreibung der Arbeiten, welche im Hinblick auf die Entwicklung des Kompetenzrasters für die Mathematik im Rahmen des Projektes "Leistungsstandards und Kompetenzraster" durchgeführt wurden. Die Ausführungen schliessen mit einem Ausblick, welche Aspekte bei einer zukünftigen Validierung des entwickelten Kompetenzrasters zu beachten sind (Abschnitt 4).

1. Wie sieht das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik aus?

Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik wurde im Rahmen des Projektes HarmoS Bildungsstandards entwickelt und im "Wissenschaftlichen Kurzbericht" des Projektes ausführlich beschrieben (2009). In leicht abgewandelter Form diente das Modell als Grundlage und theoretischer Rahmen für die von der EDK am 16. Juni 2011 verabschiedeten nationalen Bildungsstandards "Grundkompetenzen für die Mathematik". Im Folgenden werden die wesentlichen Aspekte des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik kurz vorgestellt; eine detaillierte Beschreibung findet sich in den beiden oben erwähnten Dokumenten.

Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik umfasst drei Dimensionen: die Dimension der inhaltlichen Bereiche ("Kompetenzbereiche"), der prozessbezogenen Handlungsaspekte ("Kompetenzaspekte") und der Anforderungsniveaus ("Kompetenzniveaus").

Alle drei Komponenten werden im Sinne eines *Matrixmodells* aufeinander bezogen.

a) Kompetenzbereiche

Die Dimension "Kompetenzbereiche" gibt zentrale Inhalte vor, die zum einen in ihrer Gesamtheit den *Fachbereich der Schulmathematik* abdecken und zum anderen die *relevanten Inhaltsschwerpunkte* der Mathematik abbilden (vgl. Wiss. Kurzbericht 2009, S. 12) Die Inhalte sind dabei in folgende fünf Themenbereiche zusammengefasst: "Zahl und Variable"; "Form und Raum"; "Funktionale Zusammenhänge"; "Grössen und Masse"; "Daten und Zufall".

¹ Bei der Erstellung der Handreichung Mathematik wurde auf die Handreichung Naturwissenschaften zurückgegriffen.

Mit den in HarmoS gewählten "Kompetenzbereichen" wurde zugleich versucht, an Einteilungen des NCTM, des PISA-2003 Assessment Framework und der KMK Beschlüsse zu den Bildungsstandards in Mathematik anzuknüpfen und zu einer befriedigenden systematischen Einheit zu gelangen (Wiss. Kurzbericht 2009, S.11).

b) Kompetenzaspekte

Das Kompetenzmodell beschreibt acht Handlungsaspekte, die als wesentlich für die Ausbildung einer mathematischen Grundbildung angesehen werden: "Wissen, Erkennen und Beschreiben"; "Operieren und Berechnen"; "Instrumente und Werkzeuge Verwenden"; "Darstellen und Formulieren"; "Mathematisieren und Modellieren"; "Argumentieren und Begründen"; "Interpretieren und Reflektieren der Resultate"; "Erforschen und Explorieren".

Ausdrücklich wird betont, dass diese Beschreibungen sich nicht auf allgemeine oder abstrakte Kompetenzen beziehen (wie in der KMK-Konzeption), sondern für Handlungsaspekte von Kompetenzen stehen, die erst auf einen inhaltlichen Bereich bezogen werden müssen, damit man von einer Kompetenz sprechen kann" (Wiss. Kurzbericht 2009, S.14).

Die Dimensionen sind zyklusbezogen (1. bis 4., 5. bis 8. und 9. bis 11. Schuljahr) beschrieben, umfassen aber jeweils identische Kompetenzbereiche und -aspekte, so dass für alle Jahrgangsstufen die gleiche Matrix und für jedes Feld dieser Matrix die gleiche Fragestellung zugrunde gelegt werden kann: Welche (Teil-)Kompetenz kann man von Schülerinnen und Schülern der betreffenden Jahrgangsstufe mit Bezug auf den Kompetenzaspekt x im Kompetenzbereich y erwarten? (Ebd., S. 10)

Besonderheiten finden sich für das Ende des ersten Zyklus. Das Kompetenzmodell für das vierte Schuljahr beinhaltet nur zwei Kompetenzbereiche: "Zahl und Variable" sowie "Form und Raum". Die Kompetenzaspekte wurden wie folgt zusammengefasst:

- Über Mathematik sprechen und nachdenken: Darstellen, Argumentieren und Interpretieren
- Mathematische Probleme lösen: Mathematisieren, Operieren und Explorieren (Vgl. Wiss. Kurzbericht 2009, S.19f.)

Die zweidimensionale Matrix mit ihren 40 Feldern diente zugleich als Leitfaden zur Formulierung von Kompetenzbeschreibungen (Linneweber-Lammerskitten; Wälti 2008, S. 330) Die verschiedenen Kompetenzbeschreibungen wurden durch Aufgaben illustriert, die ein Spektrum unterschiedlicher Schwierigkeitsniveaus abdecken sollten.

	Wissen, Erkennen und Beschreiben	Operieren und Berechnen	Verwenden von Instrumenten und Werkzeugen	Darstellen und Kommunizieren	Mathematisieren und Modellieren	Argumentieren und Begründen	Interpretieren und Reflektieren der Resultate	Erforschen und Explorieren
Zahl und Variable								
Form und Raum								
Größen und Masse								
Funktionale Zusammenhänge								
Daten und Zufall								

Abb. 1: Darstellung der beiden Dimensionen "Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte" des Kompetenzmodells HarmoS. Aus: EDK (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik, S.7

c) Kompetenzniveaus

Kompetenzniveaus werden im Kompetenzmodell HarmoS Mathematik für die drei Zyklen verbal beschrieben². *Mit den Kompetenzniveaus des Kompetenzmodells werden nicht unterschiedliche Kompetenzen, sondern jeweils verschiedene Ausprägungen oder Grade ein und derselben Kompetenz festgelegt.* (Wiss. Kurzbericht 2009, S.20). Pro Zyklus werden vier Anforderungsniveaus angegeben.

Niveauüberlappungen der höheren Niveaus einer unteren Jahrgangsstufe mit niedrigeren Niveaus der höheren Jahrgangsstufen gibt es im Kompetenzmodell HarmoS Mathematik nicht. Ebenso muss nicht das oberste Niveau einer Jahrgangsstufe erreicht werden, um Kompetenzen einer höheren Jahrgangsstufe erwerben zu können. (Ebd.)

Zu den verschiedenen Kompetenzniveaus wurden entsprechende Aufgaben validiert, die die Lernenden mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit lösen können. Dazu wurden eine Reihe von Testitems entwickelt und nach einem dreiteiligen Kriterienraster³ einem von vier Kompetenzniveaus zugeteilt. Die endgültige Zuordnung und damit die Festlegung von Niveaus erfolgte erst nach der Auswertung der Validierungstests auf der Basis des Raschmodells. (Ebd. S.20ff.)

2. Auf welcher Grundlage wurde das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik entworfen?

a) Personenkreis und Öffentlichkeitsarbeit

An der Entwicklung des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik und der daraus abgeleiteten Bildungsstandards war ein breiter Personenkreis beteiligt: Die Arbeitsgruppe bestand aus etwa 20 Vertreterinnen und Vertretern aller drei Sprach- und Kulturregionen, vor allem Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker. Ferner haben verschiedene Personen als Vertretungen von Bildungsdirektionen, Lehrerverbänden, Lehrerinnen- und Lehrerbildung sowie Forschungsinstitutionen die Arbeit des Konsortiums Mathematik unterstützt. Daneben wurde ein Netzwerk eingerichtet und Fachdidaktiker sowie Fachgruppen wurden eingeladen zu den laufenden Arbeiten des Konsortiums Stellung zu nehmen. (Wiss. Kurzbericht 2009, 8f.)

² Im Zusammenhang mit den nationalen Bildungsstandards wird die Dimension der Anforderungsniveaus nicht berücksichtigt, da die "Grundkompetenzen für die Mathematik" (EDK, 2011) nur Anforderungen auf einer Niveaustufe definieren.

³ Die drei Kriterien waren: Schwierigkeit hinsichtlich der Aufgabenstellung; Schwierigkeit hinsichtlich der Komplexität der notwendigen Denkschritte bzw. der Aufgabenbearbeitung; Mathematische Schwierigkeit / Bekanntheitsgrad der Aufgabe

b) Theoretische Grundlagen und empirische Validierung

Theoretische Grundlagen

Für die Entwicklung des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik und den daraus abgeleiteten Bildungsstandards wurde zunächst eine breit angelegte Analyse vorliegender Arbeiten aus diesem Bereich vorgenommen. Konkret wurden folgende Arbeiten als Grundlage für die Entwicklung des Kompetenzmodells berücksichtigt: Vorgaben der EDK zum Projekt HarmoS Bildungsstandards, die Expertise von Klieme et al. zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards, die EDK-Lehrplananalyse zum Bereich Mathematik, Ergebnisse des fachdidaktischen Diskurses zur mathematischen Grundbildung (Stichwort: Mathematical Literacy) und der mathematikdidaktischen Forschung, Konzeptionen und Ergebnisse von internationalen Schulleistungsstudien wie z. B. PISA oder TIMSS und von Projekten zur Förderung des mathematischen Unterrichts und Entwicklungsarbeiten zu Bildungsstandards in anderen Ländern (z. B. USA, Kanada, England, Deutschland).

Für die theoretische Validierung des Modells wurden zudem international renommierte Experten herangezogen.

Empirische Validierung

Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik wurde mit einer repräsentativen Stichprobe von mehreren tausend Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 8 und 11⁴ aus der deutsch-, französisch- und italienischsprachigen Schweiz in Teilen einer empirischen Validierung unterzogen. Aus Kapazitätsgründen wurden nur sechs Kompetenzaspekte und vier Kompetenzbereiche getestet; dabei wurden i. d. R. zu jedem Kompetenzaspekt, Kompetenzbereich und Kompetenzniveau jeweils mindestens zwei Items getestet. *Als validiert galten diejenigen Items, die den Kriterien des Rasch-Modells genügten und in den drei Sprachregionen jeweils vergleichbar gut gelöst wurden. Die Korrelationen zwischen den sechs getesteten Kompetenzaspekten (Prozessdimension) sind mit jenen zwischen den vier getesteten Kompetenzbereichen (Inhaltsdimension) vergleichbar, die einzelnen Werte schwanken zwischen 0.73 und 0.87. Die Werte sind wie erwartet hoch genug, um die durch die Items illustrierten Anforderungen einer umfassenden allgemeinen mathematischen Kompetenz zuordnen zu können. Sie sind jedoch auch tief genug, um die einzelnen Kompetenzaspekte (ebenso wie die Kompetenzbereiche) als eigenständige Spezifizierungen ausweisen zu können. Aufgrund dieses Ergebnisses ist eine differenziertere Sichtweise gerechtfertigt, bei der nicht nur verschiedene Bereiche, sondern auch verschiedene Aspekte mathematischer Kompetenz berücksichtigt werden.* (Linneweber-Lammerskitten, Wälti 2008, S,332f.)

⁴ Auf die Besonderheiten der Klassenstufe 4 wurde bereits hingewiesen. Eine nicht repräsentative Stichprobe mit 1236 Kindern aus drei Sprachregionen führte zu befriedigenden Ergebnissen, die allerdings aufgrund der Stichprobenauswahl zurückhaltend zu interpretieren sind.

3. Welche Arbeiten wurden für die Entwicklung des Kompetenzrasters für die Mathematik geleistet?

Der Auftrag im Rahmen des Projektes "Leistungsstandards und Kompetenzraster" beinhaltet die Entwicklung eines Kompetenzrasters für die Mathematik. Der Begriff Kompetenzraster wird in der Literatur unterschiedlich verwendet. Hier beschreibt er in Anlehnung an den Auftrag "Leistungsstandards und Kompetenzraster" (August 2010) und die Gesprächsnotiz von Wirz und Labudde (Mai 2011) eine einfache und übersichtliche Darstellung von zyklusbezogenen Leistungserwartungen für spezifische Kompetenzbereiche und Kompetenzaspekte. Das Kompetenzraster stellt somit nur einen Ausschnitt aus einem komplexen, der mathematischen Grundbildung zugrunde liegenden Kompetenzmodell dar (Auftrag "Leistungsstandards und Kompetenzraster", Bildungsraum Nordwestschweiz; Aktennotiz vom 24. Mai 2011: Besprechung Labudde und Wirz zum Zwischenstand Auftrag Leistungsstandards). Auch ist zu betonen, dass es sich bei dem Kompetenzraster nicht um ein Modell handelt, welches die Entwicklung mathematischer Kompetenz, wie sie im Regelfall bei Schülerinnen und Schülern auftritt, beschreibt.

Grundlage des Kompetenzrasters für die Mathematik war das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik, welches sich bereits bei der Beschreibung der nationalen Bildungsstandards "Grundkompetenzen für die Mathematik" (EDK 2011) als theoretischer Rahmen bewährt hat. Die EDK-Grundkompetenzen sind für die oben beschriebenen Kompetenzaspekte in fünf Themenbereichen (Kompetenzbereichen) beschrieben. Allerdings wurden nicht in allen Zyklen für alle Themenbereiche Kompetenzen formuliert. *Obschon für jedes Schuljahr didaktische Aktivitäten zu allen Lerninhalten vorgesehen sind, umfasst ein Grossteil davon eher Aktivitäten zur Sensibilisierung und Einführung in das jeweilige Thema und kann dementsprechend erst zu einem späteren Zeitpunkt – nach einem angemessenen Lern- und Reifeprozess der Schülerinnen und Schüler – als Kompetenzbereich fungieren. Unter Berücksichtigung dieser Realität wurden deshalb für das 4. Schuljahr lediglich Grundkompetenzen in den Bereichen "Zahl und Variable" und "Form und Raum" festgelegt. Entsprechend wurden für das 8. Schuljahr die Bereiche "Daten und Zufall" weggelassen.* (EDK 2011, S.8)

Die Dimensionen "Kompetenzbereiche" und "Kompetenzaspekte" wurden für das Kompetenzraster nicht neu definiert. Es konnten die Themenbereiche und Handlungsaspekte übernommen werden, welche den nationalen Bildungsstandards zugrunde liegen (EDK 2011). Analog zu den Grundkompetenzen wurden im ersten Zyklus Kompetenzen zu zwei, im zweiten Zyklus zu vier und im dritten Zyklus zu allen fünf Themenbereichen formuliert.

Das im Rahmen dieses Projektes entwickelte Kompetenzraster (vgl. Abb. 2) beschreibt Kompetenzen auf drei Anforderungsniveaus: grundlegende, erweiterte und hohe Kompetenzen. Dabei konnte ebenfalls auf die nationalen Bildungsstandards zurückgegriffen werden. Die dort definierten Grundkompetenzen für die Mathematik werden für das Niveau "grundlegend" im Kompetenzraster übernommen⁵.

⁵ Die Übernahme erfolgte in der Regel wörtlich. An einigen Stellen waren allerdings aus fachdidaktischer oder fachlicher Sicht Umformulierungen bzw. Ergänzungen unvermeidlich.

Die Beschreibung der Anforderungen für die Kompetenzniveaus "erweitert" und "hoch" musste im Rahmen des Projektes dagegen noch geleistet werden. Die Definition der Leistungserwartungen für diese beiden Niveaus erfolgte normativ, und zwar wiederum in Anlehnung an das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik sowie den "Schlussbericht BKS 4-8 Mathematik" (2009).

Kompetenzbereich

Kompetenzaspekte	Teilaspekt A			
	Teilaspekt B			
	Teilaspekt C			
			
		grundlegend	erweitert	hoch
		Kompetenzniveau		

Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Kompetenzrasters

Bei der Erarbeitung des Kompetenzrasters wurde wie folgt vorgegangen (siehe auch Abb. 3): Für jeden Teilaspekt der verschiedenen Handlungsaspekte in einem Themenbereich...

1. wurden die entsprechenden Kompetenzbeschreibungen im Kompetenzmodell HarmoS Mathematik (Wiss. Schlussbericht 2009) dahingehend untersucht, auf welchen Fähigkeits- und Fertigungsaspekten die Differenzierungen zwischen den Niveaus beruhen;
2. wurden die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss der KMK⁶ dahingehend analysiert, welche Aspekte dort betrachtet werden;
3. wurde auf entsprechende fachdidaktische Erkenntnisse zurückgegriffen.

Zu 1:


Konkret dienten die Anforderungen der Niveaus II bzw. III des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik als Grundlage für die Definition der Anforderungen des erweiterten Niveaus und die Anforderungen der Niveaus III bzw. IV des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik als Grundlage für die Definition der Anforderungen des hohen Niveaus des Kompetenzrasters. Für den ersten Zyklus konnte darüber hinaus die Ergebnisse aus dem "Auftrag zur Entwicklung eines Kompetenzrasters in Deutsch und Mathematik sowie Aufgaben mitsamt Lösungen für die Basisstufe" vom 5. Mai 2008 - BKS/AG" hinzugezogen werden. Im Rahmen dieses Projektes wurde ein Kompetenzraster Mathematik mit drei Niveaus für Ende Bildungsjahr entwickelt.

⁶ Kultusministerkonferenz Deutschland; <http://www.kmk.org/bildung-schule/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards/dokumente.html> [20. September 2011]

EDK, **Grundkompetenzen** 2011, S. 20 (Themenbereich Raum und Form, 11. Schuljahr)

Die Schülerinnen und Schüler können Argumente formulieren, um einfache geometrische Vermutungen zu stützen.

Rückgriff auf HarmoS



Erweiterte Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können Argumente formulieren, um *geometrische Vermutungen* zu stützen *oder zu falsifizieren*.

Rückgriff auf fachdidaktische Erkenntnisse



Hohe Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können Argumente formulieren *und präformale Beweise anwenden*, um geometrische Vermutungen zu stützen oder zu falsifizieren.

Abb.3: Die Entwicklung des Kompetenzrasters Mathematik

Es wurde darauf geachtet, dass die Formulierungen der Anforderungen der Niveaus „erweitert“ und „hoch“ konsistent sind zu den Beschreibungen der „Grundkompetenzen für die Mathematik“ (EDK, 2011) sowie zu den Niveaubeschreibungen des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik (Wiss. Kurzbericht 2009). Es wurde versucht, eine einfache und prägnante, zugleich aber fachlich korrekte Sprache zu verwenden, die gewährleistet, dass Fachpersonen und Lehrende dem Kompetenzraster entnehmen können, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten auf einem Niveau beherrscht bzw. noch nicht beherrscht werden.

Was die Validität des Kompetenzrasters angeht, ist zu betonen, dass die Definition der Leistungserwartungen normativ erfolgte. Das erarbeitete Kompetenzraster wurde von Experten begutachtet sowie von Lehrpersonen im Hinblick auf Aspekte wie Verständlichkeit und Umsetzbarkeit eingeschätzt, eine empirische Validierung fand im Rahmen des Projektes "Leistungsstandards und Kompetenzraster" nicht statt. Eine statistische Überprüfung des Rasters könnte jedoch im Zuge der geplanten Vergleichsarbeiten und zentralen Abschlussprüfungen erfolgen.

Zusammenfassend wurden folgende Aufgaben beim Erstellen des Kompetenzrasters geleistet:

- a) Beschreibung der erweiterten und hohen Anforderungen für die 8 Handlungsaspekte (Kompetenzaspekte) in 5 Themenbereichen (Kompetenzbereiche):
 - Für jeden Handlungsaspekt in jedem Themenbereich wurden für alle Teilaspekte konkret überprüft, ob die Beschreibungen der Anforderungen der Niveaus II, III und IV des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik als Grundlage für die Definition der erweiterten und hohen Anforderungen im Kompetenzraster dienen können. Zum kleinen Teil konnten die Beschreibungen übernommen werden; diese wurden gegebenenfalls sprachlich vereinfacht und/ oder umformuliert.
 - Im Regelfall wurden die Beschreibungen der erweiterten und hohen Anforderungen im Rahmen des Projektes auf der Grundlage fachdidaktischer Erkenntnisse normativ erarbeitet.
 - Die Beschreibung der erweiterten und hohen Anforderungen wurde - wenn möglich - an die Formulierungen der Anforderungen der Nationalen Bildungsstandards "Grundkompetenzen für die Mathematik" (EDK 2011) angepasst.
- b) Das erarbeitete Kompetenzraster wurde von Lehrpersonen im Hinblick auf Aspekte wie Verständlichkeit und Umsetzbarkeit eingeschätzt und anschliessend entsprechend überarbeitet.
- c) Die empirische Überprüfung der Validität des Kompetenzrasters ist nicht Teil des Projektes "Leistungsstandards und Kompetenzraster". In einem zukünftigen Projekt sollte das Kompetenzraster jedoch einer empirischen Validierung unterzogen und entsprechend überarbeitet werden.

In diesem Zusammenhang ist noch auf folgende Schwierigkeit hinzuweisen: Die Grundkompetenzen wurden häufig in enger Anlehnung oder sogar als wörtliche Übernahme der Cando⁷-Formulierungen übernommen. Diese beschreiben Kompetenzen auf einem mittleren Abstraktionsniveau und berücksichtigen per se noch keine Unterschiede des Kompetenzniveaus (Wiss. Schlussbericht 2009, S. 24). Erst wenn die Cando-Beschreibung auf das Niveauraster bezogen wird, lässt sich die Niveaunkretisierung eines Kompetenzaspektes in einem bestimmten Themenbereich explizit machen.

Entsprechend war es in diesen Fällen bei der Formulierung der erweiterten und hohen Niveaus unvermeidlich, dass letztere im Vergleich zu den grundlegenden Kompetenzen sehr viel konkreter beschrieben wurden.

Sollte eine empirische Validierung durchgeführt werden, wird evtl. eine differenziertere Formulierung der grundlegenden Kompetenzen⁸ als noch zu leistende Entwicklungsarbeit notwendig sein.

⁷ Die Cando-Beschreibungen wurden in einem mehrstufigen Verfahren durch ein Experten-Rating gewonnen. Sie geben Auskunft auf die Frage "Was sollen die Schülerinnen in der Jahrgangsstufe x mit Bezug auf den Kompetenzaspekt y im Kompetenzbereich z können?" (Wiss. Kurzbericht 2009, S. 17f.)

⁸ Je nach Umfang und Art der Änderungen kann dies dann im Einzelfall auch eine Anpassung der erweiterten und höheren Kompetenzen bedeuten.

4. Auf welchen Arbeiten aus dem Projekt HarMoS Bildungsstandards könnte eine zukünftige Validierung des Kompetenzrasters aufbauen und wo ist noch Entwicklungsarbeit zu leisten?

Wie in Abschnitt 2 bereits erwähnt, wurde das dem Kompetenzraster zugrunde liegende Kompetenzmodell HarMoS Mathematik in Teilen einer empirischen Validierung unterzogen. Im Rahmen des Projektes „Leistungsstandards und Kompetenzraster“ ist eine analoge Untersuchung für das Kompetenzraster nicht geplant. Eine empirische Validierung des Rasters könnte jedoch im Zuge der geplanten Vergleichsarbeiten und zentralen Abschlussprüfungen erfolgen.

Im Folgenden wird auf einige Aspekte der Validierung des Kompetenzmodells HarMoS Mathematik, die für eine zukünftige Validierung des Kompetenzrasters interessant sein könnten, im Hinblick auf die dort entwickelten Testaufgaben hingewiesen. Eine ausführliche Diskussion konzeptioneller Fragen, welche die Validierung von Kompetenzmodellen im Allgemeinen betreffen, kann an dieser Stelle nicht geleistet werden. Hier sei auf weiterführende Literatur verwiesen (siehe z. B. Klieme et al. 2007).

Im Rahmen der Validierung des Kompetenzmodells HarMoS Mathematik wurden Aufgaben auf der Grundlage des vorgeschlagenen Kompetenzmodells entwickelt. Für die Klassenstufen 8 und 11 entstanden dabei vor allem Aufgaben, die im Kontext einer "Testumgebung" stehen. Dies lässt sich mathematikdidaktisch begründen, birgt jedoch – aus testtheoretischer Sicht – auch Nachteile. So müssen z. B. die Resultate der Aufgaben in der Regel im Kontext der Testumgebung interpretiert werden, in dem sie gelöst wurden. (Wiss. Schlussbericht, S.60) Begründet wurde das Vorgehen mit dem Verweis auf PISA-Aufgaben, die z. T. ähnlich aufgebaut sind, sowie mit dem Ziel der Weiterentwicklung der Testkultur. Zudem wurde bei der Zusammenstellung der Testhefte darauf geachtet, *dass die einzelnen Lösungen in dem Sinn voneinander unabhängig sind, dass eine Lösung eines Items nicht zur Lösung eines weiteren Items verwendet werden kann oder sogar vorgängig gelöst werden muss* (ebd.). Die Testumgebungen wurden auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus entwickelt, in Pilotprojekten vorgetestet und in einem nationalen Test validiert. Die Zuordnung von Schwierigkeitsstufen erfolgte zunächst provisorisch durch ein Expertenranking, die endgültige Festlegung der Niveaus wurde auf der Grundlage der empirischen Tests vorgenommen.

Die Vortests waren quantitativ und qualitativ angelegt: Mittels eines Pretests konnten quantitative Fragestellungen bezüglich Einschätzung der Schwierigkeiten und Niveaustufen geklärt werden. Zusätzlich wurde eine qualitative Evaluation der Aufgaben mittels einer Kriterienliste durch Experten aus der Unterrichtspraxis durchgeführt.

Für die Jahrgangsstufen 8 und 11 wurden zu sämtlichen Kompetenzbereichen und jeweils 6 Kompetenzaspekten Aufgaben entwickelt. Aufgrund der knappen Ressourcen wurden jedoch nicht sämtliche Matrixfelder in der Validierungsphase getestet.

Für die Jahrgangsstufe 4 mussten spezifische Anpassungen vorgenommen werden; so enthält das Kompetenzmodell aus fachlichen wie entwicklungspsychologischen Gründen nur zwei Kompetenzbereiche (vgl. auch Abschnitt 1). Empirisch getestet wurden eben diese beiden Kompetenzbereiche sowie fünf Kompetenzaspekte. Dabei konnte die Unterscheidung zwischen den Kompetenzbereichen bestätigt werden, die Korrelation

zwischen den einzelnen Kompetenzaspekten war dagegen so hoch, dass die Frage gestellt werden muss, inwiefern sich bei 8jährigen Kindern die unterschiedlichen Kompetenzen zuverlässig nachweisen lassen (ebd. S.79).

Die beschriebenen Einschränkungen und Schwierigkeiten müssen im Falle einer empirischen Validierung des Kompetenzrasters berücksichtigt werden. Hilfreich wäre eine (vertiefte) Analyse des Zusammenhangs zwischen den normativen Beschreibungen der Dimensionen und Anforderungen im Kompetenzmodell und den empirischen Befunden. Der im Rahmen der Validierung des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik entwickelte Aufgabenpool sollte um neue Aufgaben erweitert werden. So fehlen z. T. Aufgaben mit niedrigem Schwierigkeitsgrad (ebd. S. 68). Zum anderen ist Entwicklungsarbeit nötig im Hinblick auf die Konzeption von Testaufgaben zur Erfassung von Handlungsaspekten, die nicht getestet wurden, nämlich "Instrumente und Werkzeuge verwenden" und "Darstellen und Formulieren".

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Arbeiten zum Kompetenzmodell HarmoS Mathematik eine gute Grundlage für die Entwicklung des Kompetenzrasters für die Mathematik darstellen. Ebenso kann eine allfällige empirische Validierung des entwickelten Rasters auf den bereits erfolgten Arbeiten aufbauen. Eine solche Validierung sollte jedoch genügend Ressourcen für eine fundierte Entwicklung und statistische Überprüfung der Testinstrumente beinhalten.

5. Literatur

- Blum, W., Drüke-Noe, Ch., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen Scriptor. EDK (2011).
- *Grundkompetenzen für die Mathematik - Nationale Bildungsstandards*. Online unter: http://www.forumbildung.ch/images/uploads/datenbank_dokumentation/textdokumente/bildungsmonitoring/grundkomp_math_d.pdf [19.07.2011].
- Klieme, E. et al. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise*. Online unter: http://www.dipf.de/publikationen/volltexte/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf [14.05.2011].
- KMK (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Online unter: http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf
- Konsortium HarmoS Mathematik (2009). *HarmoS Mathematik - Kompetenzmodell und Vorschläge für Bildungsstandards - Wissenschaftlicher Kurzbericht*.
- Linneweber-Lammerskitten, H.; Wälti, B. (2008) Beiträge zur Lehrerbildung, 26 (3), S. 326-337
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2008) Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik. In *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Hildesheim, Berlin: Franzbecker, 326-337
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2010). Kompetenzen und Standards. In *Profi-L*, 10 (2), 2-6.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. CD-ROM Edition.
- Schlussbericht BKS 4-8 Mathematik, eingereicht im Dezember 2009, von K. Hess und B. Wälti (internes Papier).